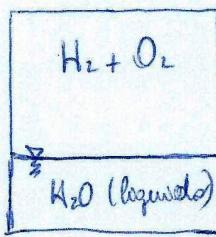


Proprietà delle sostanze pure

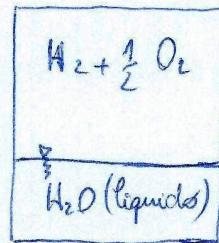
Una sostanza pura o fluido termodinamico è un sistema che obbedisce alle seguenti condizioni:

- a) omogeneità nella composizione chimica;
- b) omogeneità nella aggregazione chimica;
- c) costanza nell'aggregazione chimica.

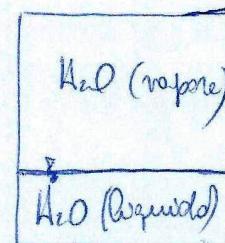
Ad esempio:



ma a), b) e c)



ma a), ma b) e c)



ma a), b) e c)

⇒ sostanza pura

Per definire lo stato termodinamico di un sistema termodinamico costituito da una massa assegnata di una sostanza pura basta conoscere il valore di due grandezze di stato a condizione che:

- il sistema sia all'equilibrio;
- siano trascurabili gli effetti di moto, gravità, elettricità, magnetismo, capillarità e di forze nucleari.

Osserviamo ora enunciare le leggi delle due variabili.

Che lo stato sia definito non significa che sia libero: in balùno così è difficile spiegare i valori delle grandezze di stato.

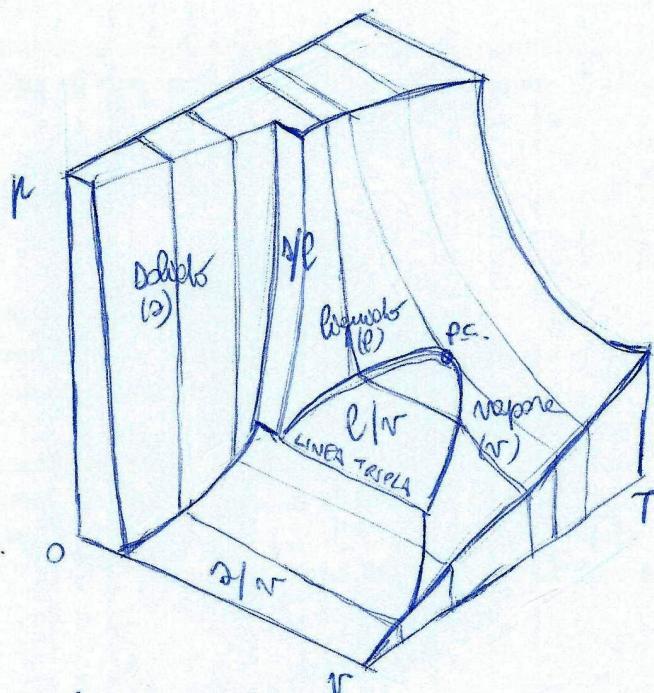
Cioè che affermiamo non è valido per i solidi e non vale il inverso: se un sistema termodinamico è caratterizzato da uno stato definito ci troviamo due sole variabili non è detto che esso contenga una sostanza pura (esempio sono le miscele asetropiche).

Consideriamo ora un sistema di riferimento riduale col moto in un sistema termodinamico contenente una sostanza pura per eliminare gli effetti di moto. Se il sistema non è molto grande possiamo trascurare gli effetti gravitazionali. Escludiamo effetti chimici, nucleari e capillari.

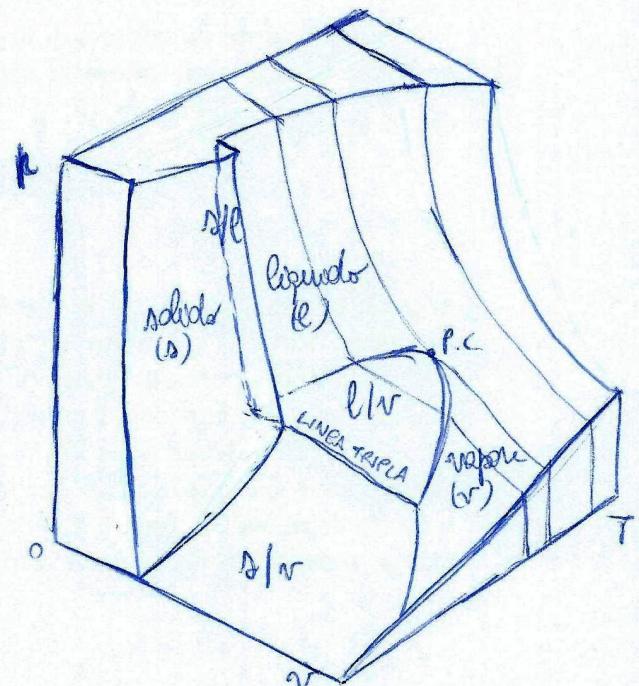
Ottieniamo tre variabili x, y, z , ovvero p, T e V . Due di esse x, z sono indipendenti mentre la terza sarà data attraverso l'espressione di stato $S = f(x, y)$, ovvero $p \cdot V = R \cdot T$ (che riprenderemo meglio in seguito).

La superficie p, v, T

Introduciamo ora la superficie che rappresenta i valori che pressione, temperatura e volume specifico assumerebbero quando il sistema fosse in equilibrio:



La superficie caratteristica delle sostanze che solidificano dominando di volume.



La superficie caratteristica delle sostanze che sfaldano dominando di volume (acqua).

Caratteristiche della superficie:

- zone solid, liquido e vapore: lo stato termodinamico è determinato da due quantità tra le propriezà p , v e T . La fase è unica e tali grandezze sono a due a due indipendenti;
- zone s/l, l/v e s/v: in esse convivono due fasi (passaggi di stato). Pressione e temperatura non sono indipendenti. Solo le quattro p , v e T , v possono allora decrivere completamente lo stato termo-dinamico. Il sistema ha un solo grado di libertà: dato T è fissata p e viceversa;
- linee triple: lungo esse coesistono tre fasi, quindi il sistema ha zero gradi di libertà. Fissata una delle tre grandezze, le altre due hanno valori conseguenti. Le regole delle fasi di Gibbs confermano l'indipendenza di gradi di libertà;

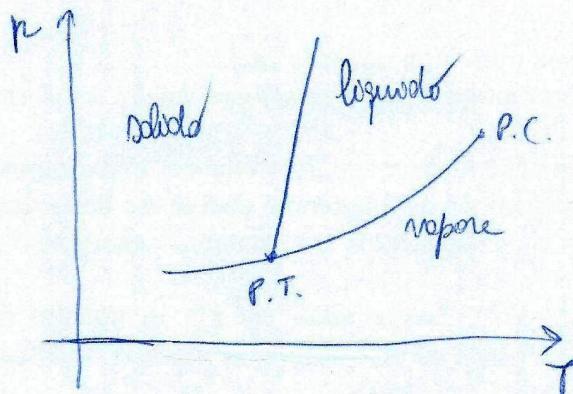
$$i = C + 2 - F \Rightarrow i = 1 + 2 - 3 = 0$$

- linee di sbarassone: linee che separano le regioni monofase da quelle bifase. Ogni punto su esse rappresenta uno stato di sbarazzone. Le vedremo meglio in seguito;
- punti critici: è lo stato la cui temperatura (critica) è quella minima a cui possono coesistere in equilibrio liquido e vapore. Ad esso corrispondono pressione e volume specifico critici.

Ora proietteremo la superficie su due piani fondamentali.

I proiezione: il diagramma delle fasi p, T

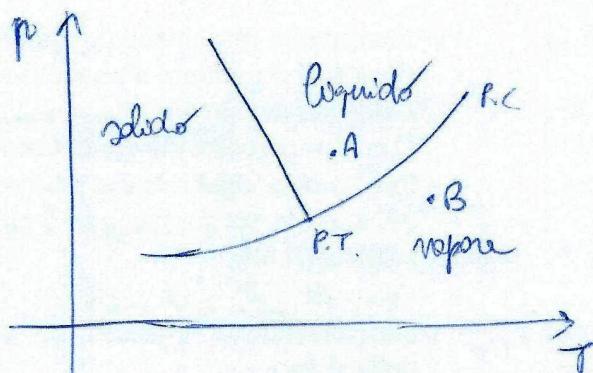
Proietteremo la superficie p, v, T sul piano p, T :



Sostanze che solidificano
si contraggono

Caratteristiche del diagramma:

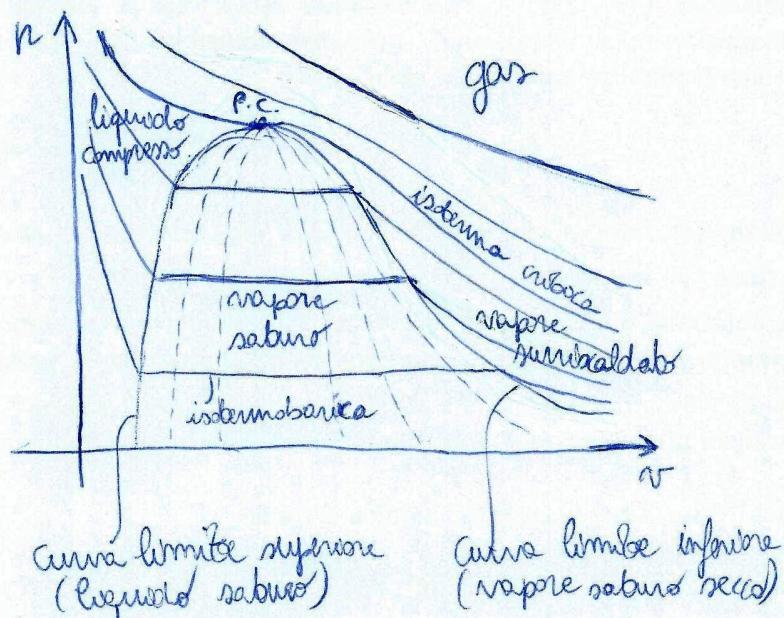
- punto triplo: è il punto di proiezione delle linee triple. Per l'acqua ha coordinate $T = 273,16 \text{ K}$ e $p = 0,6113 \text{ kPa}$;
- la temperatura di sublimazione indica la temperatura di passaggio di stato a una data pressione, che si dice pressione di sublimazione se è quella di passaggio di stato a una data temperatura;
- le curve di riposizionamento (o di condensazione) separa la fase liquida da quelle aeriformi e termina nel punto cubico. Quelle di sublimazione separa le fasi solida da quella aeriforme. È detta anche di buonamento. Infine quelle di solidificazione (o di fusione) separa la fase solida da quella liquida e ha pendenza positiva o negativa, a seconda che le sostanze aumentino o diminuiscano di volume solidificando. Le ultime hanno sempre pendenza positiva; uno stato non appartenente alle curve e nelle zone del liquido è detto di liquido compresso poiché la sua pressione è maggiore della pressione di sublimazione corrispondente alla temperatura che possiede (A). Analogamente uno stato interno alle zone del vapore è detto di vapore surriscaldato poiché la temperatura maggiore di quella di saturazione corrispondente alla pressione che possiede (B).
- i calori latenti e variazioni di entalpie al passaggio di stato sono i calori scambiati dell'umore di massa che effettua il passaggio di stato con l'ambiente esterno.



Sostanze che solidificano
si dilatano

II proiezione: il diagramma di Clapeyron p, v

Sulle basi degli studi condotti da Andrews (1869) sulle O_2 , Clapeyron elaborò il diagramma che costituisce la proiezione delle superfici p, v, T sul piano p, v :



All'interno di essa avviene il passaggio da stato di liquido a vapore o viceversa: la liquefazione o la vaporizzazione. Durante tali processi la pressione rimane costante, mentre il volume specifico varia tanto più ampiamente quanto più è bassa la temperatura alle quale avviene la trasformazione.

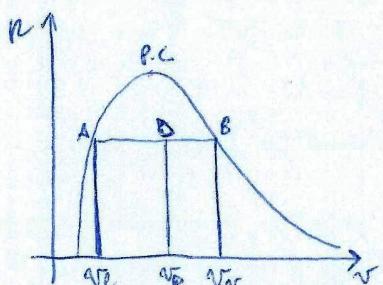
Al di sopra dell'isotermica critica il gas non può più essere liquefatto per semplice compressione: è incoeribile.

Durante il passaggio da stato sono compresibili le due fasi liquida e aeriforme. Per sapere a che punto è la trasformazione si introduce una funzione di stato detta bibola di vapore (vapor quality):

$$x = \frac{mv}{m_l v + m_a v_e} = \frac{mv}{m_l v + m_a v}$$

Rapporto tra massa di vapore e massa totale. Quelle tracciabili sono le curve isototali, $x = \text{cost}$ ($0 < x < 1$).

Infine:

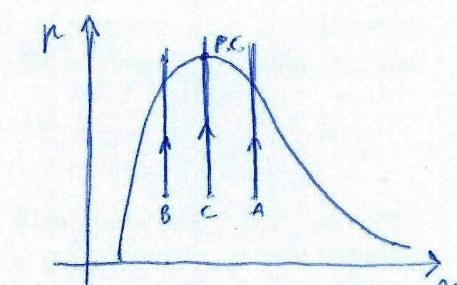


Concetto: il volume liquido, quello di vapore e il bibolo si può scrivere:

$$v_f = v_{l_f} + (v_g - v_{l_f}) \cdot x = v_{l_f} (1-x) + v_g x$$

Una pressione a pressione costante avrà a seguire un'isotermobarica e genererà il passaggio di stato.

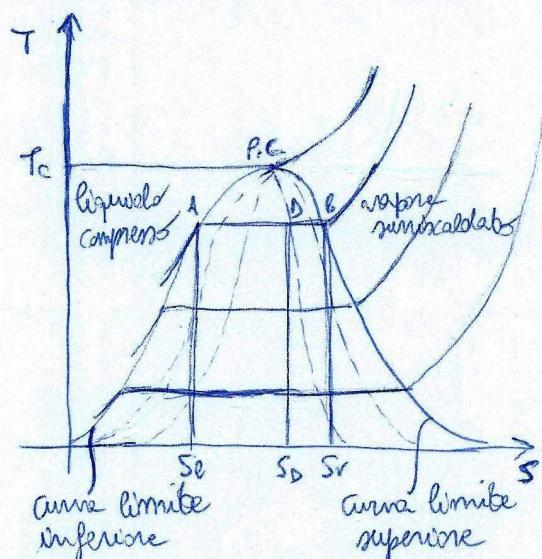
Al di sopra dei 48°C le isotermi si discostano poco dall'andamento iperblico. Tuttavia, man mano che la temperatura scende, le isotermi presentano una deformazione che inizialmente di lungo è un punto (isotermica cubica) e poi diventa un segmento. Continuando gli estremi si ottiene una campana.



Attuando un processo a volume costante e facendo aumentare la pressione partendo da uno stato nelle campane si può avere: condensazione (B), vaporizzazione (A) e comparsa dell'interfaccia (C).

Il diagramma entropico o diagramma di Gibbs (sia Clausius) T,S

Mostra una proiezione delle superfici p, v, T , ma ci aiuta a studiare i processi che interessano le sostanze pure negli stati liquido e aeriforme. Queste volte le curve che descrivono il percorso di stato e che determinano, con loro tratti orizzontali, le campane del vapore saturo, sono visibili:



Come per il volume specifico del diagramma p, v si ha:

$$S = S_e(1-x) + S_r x \\ \Rightarrow x = \frac{S - S_e}{S_r - S_e}$$

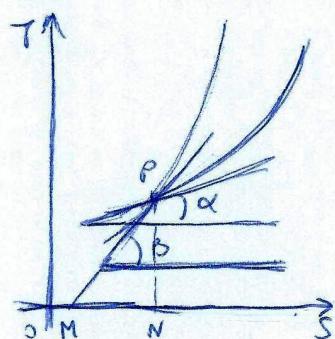
Esistono anche qui le curve isotabili (tratteggiate).

Essendo le trasformazioni reversibili:

$$TdS = dQ + TdS = dQ \Rightarrow Q_{1,2} = \int_1^2 TdS$$

L'origine delle campane è il punto critico dell'acqua ($T = 273,015\text{ K}$, $P = 96713\text{ Pa}$).

Consideriamo ora un'isobare e un'isocore sul piano T,S:



La rettangolare MN relativa a p, v è il calore specifico attuale della trasformazione:

$$\frac{dT}{dS} = \text{tg} \beta = \frac{P_N}{M_N} = \frac{T}{M_N}$$

$$\text{Dove } M_N = T \cdot \frac{dS}{dT} = \frac{dS}{dT} = C. \text{ Allora } \frac{dT}{dS} = \frac{T}{C}$$

Resterà solo da vedere quando $C = C_p$ e quando $C = C_v$. Il primo caso è relativo all'isobare, il secondo all'isocore:

$$\text{isobare } (dp=0): TdS = dt - vdp \xrightarrow{\text{g.p.}} TdS = C_p dT - vdp = C_p dT. \text{ Allora:} \\ \left(\frac{dT}{dS}\right)_{p0} = \frac{T}{C_p}$$

$$\text{isocore } (dv=0): TdS = dU + pdv \xrightarrow{\text{g.p.}} TdS = C_v dT - pdv = C_v dT. \text{ Allora:}$$

$$\left(\frac{dT}{dS}\right)_v = \frac{T}{C_v}$$

Sempre per il gas perfetto:

$$pv = R_g T \Rightarrow d(pv) = d(R_g T) \Rightarrow pdv + vdp = R_g dT$$

$$\text{Ma } vdp = -TdS + dt = TdS + C_p dT \text{ e } pdv = TdS - dU = TdS - C_v dT \Rightarrow$$

$$TdS - C_v dT - TdS + C_p dT = R_g dT \Rightarrow C_p - C_v = R_g$$

E' la relazione di Mayer. Ne segue che:

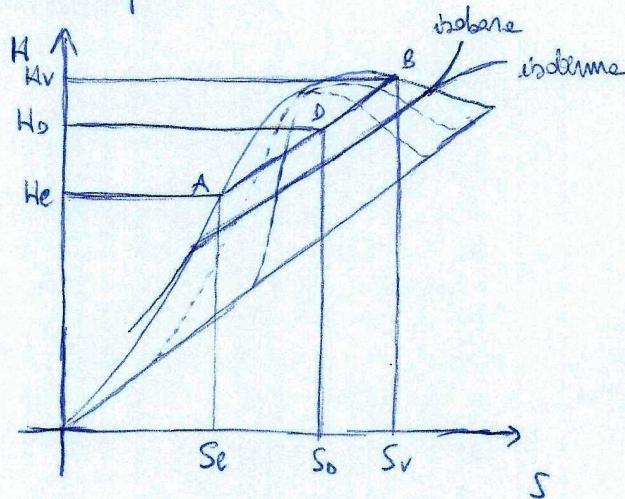
$$C_p - C_v = R_g > 0 \Rightarrow C_p > C_v \Rightarrow \frac{1}{C_v} > \frac{1}{C_p} \Rightarrow \frac{T}{C_v} > \frac{T}{C_p}$$

$$\Rightarrow \text{tg} \beta = \left(\frac{dT}{dS}\right)_v = \frac{T}{C_v} > \frac{T}{C_p} = \left(\frac{dT}{dS}\right)_{p0} = \text{tg} \alpha$$

Così l'isocore ha maggiore pendente dell'isobara.

Il diagramma di Mollier H, S

Ci aiuta a visualizzare le variazioni di entalpia in relazione a quelle di entropia:



Come di consueto:

$$S_o = S_e + (S_v - S_e)x_o = S_e(1-x_o) + S_v x_o$$

$$H_o = H_e + (H_v - H_e)x_o = H_e(1-x_o) + H_v x_o$$

$$\Rightarrow x_o = \frac{H_o - H_e}{H_v - H_e} = \frac{S_o - S_e}{S_v - S_e}$$

Chiamiamo $H_v - H_e = 2$ entalpia di passaggio da stato liquido-vapore.
Inoltre per l'isobara

$$TdS = dH - \cancel{\nu dP} \Rightarrow TdS = dH$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dS}\right)_H = T$$

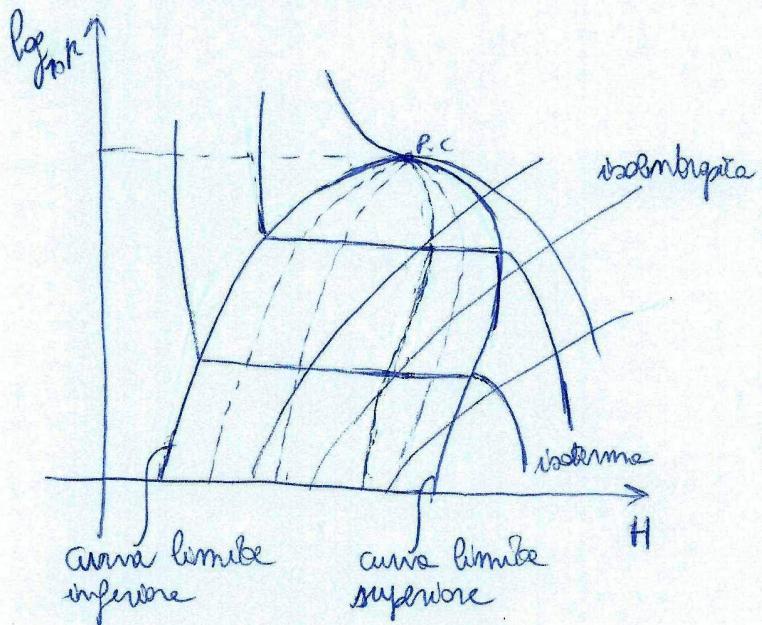
Allora, usando n:

$$dS = \frac{dT}{T} \Rightarrow S_v - S_e = \frac{H_v - H_e}{T} = \frac{2}{T}$$

Osservando sulle zone del vapore saturo le isobare coincidono con le isoterme. Le isotermiche sono brevemente

Il diagramma dei fugaci p, H

E' l'ultimo diagramma che analizziamo, utile per studiare i cicli frigeriferi. La pressione che compare in ordinata e in scala logaritmica, e differenza da tutte le altre grandezze del grafico che abbiamo visto (che sono in scale lineari):



Consideriamo:

$$TdS = dH - vdp$$

Se $S = \text{cost}$:

$$dH = vdp \Rightarrow \left(\frac{dp}{dH} \right)_S = \frac{1}{v}$$

I gas perfetti

- Un gas perfetto è caratterizzato da:
- molecole uniformi e di volume trascurabile;
 - forze di attrazione molecolare nulle;
 - dilatabilità infinita;
 - tempo di contatto tra le molecole indefinitamente più piccolo del tempo che intercorre tra due contatti successivi (libero cammino medio).

Quanto più è rarefatto, tanto più un gas reale si avvicina alle condizioni ideali di gas perfetto. Per i gas perfetti vale l'equazione di stato seguente:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

R è la costante proporzionale del gas pari a $\frac{R}{m\text{mol}}$, cioè il rapporto fra $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$, costante universale, e la massa molecolare del gas.

Ricordiamo altre relazioni precedentemente già indicate e dimostrate:

- L'energia interna dipende soltanto dalla temperatura!

$$\left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_T = 0 \Rightarrow dU = C_v dT, \quad C_v = c_v(T) = a + bT + cT^2$$

Ciò consente di approssimare efficacemente molti gas reali a gas perfetti;

- Il cubolpo è funzione anche della sola temperatura;

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0 \Rightarrow \partial H = C_p \partial T$$

- vale l'importante relazione!

$$C_p = C_v + R,$$

O $\hat{C}_p = \hat{C}_v + R$ con i calori molari a volume e pressione costante.

Trasformazioni del gas perfetto

Ecco le trasformazioni molecolari che può essere soggetto un gas perfetto (nel caso reversibile):

- isocora: trasformazione a volume costante, $dV=0$. Applichiamo i due principi con baricentro fermo:

$$dU = dQ - dL \xrightarrow{pdV=0} dQ = dU = TdS = c_v dT$$

Integrando:

$$Q_{1,2} = \int_1^2 dQ = \int_1^2 dU = \int_1^2 TdS = \int_1^2 c_v dT$$

$$\Rightarrow Q_{1,2} = \Delta U_{1,2} = U_2 - U_1 = \int_1^2 c_v dT \Rightarrow \text{caso lineare } \Delta U_{1,2} = c_v(T_2 - T_1)$$

- isobara: trasformazione a pressione costante, $dp=0$. Applichiamo i due principi con baricentro fermo:

$$dU = dQ - dL \Rightarrow dQ = TdS = c_p dT = dU + pdV = dH$$

Integrando:

$$Q_{1,2} = \int_1^2 dH = \int_1^2 TdS = \int_1^2 c_p dT$$

$$\Rightarrow Q_{1,2} = \Delta H_{1,2} = H_2 - H_1 = \int_1^2 c_p dT \Rightarrow \text{caso lineare } \Delta H_{1,2} = c_p(T_2 - T_1)$$

Il lavoro scambiato lungo l'isobara è:

$$L_{1,2} = p(V_2 - V_1)$$

- isoterme: trasformazione a temperatura costante, $dT=0$. Le variazioni di entropia, energia interna ed entalpia sono nulle. Applichando le leggi zonarie avrebbe del gas perfetto si ha:

$$R_1 dT = dpV = pdV + Vdp = 0 \Rightarrow p \cdot V = \text{cost}$$

- Usiamo i due principi con baricentro fermo:

$$dQ = p dV = TdS$$

Integrando:

$$Q_{1,2} = L_{1,2} = T(S_2 - S_1) = \int_1^2 R_1 T \frac{dV}{V} = R_1 T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -R_1 T \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

- adiabatica: trasformazione tale che $dQ=0$. Per la reversibilità vale anche $dS=0$. Ricordiamo le forme differenziali dell'entropia:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} + R_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Rightarrow dS_2 \sim c_v \frac{dT}{T} + R_1 \frac{dV}{V}$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Rightarrow dS = c_p \frac{dT}{T} - R_1 \frac{dp}{p}$$

Essendo inoltre l'equazione del stato in forma differenziale

$$pV = R_1 T \Rightarrow d(pV) = d(R_1 T) \Rightarrow pdV + Vdp = R_1 dT / \cdot \frac{1}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = \frac{R_1}{pV} \cdot dT \Rightarrow \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{pV}$$

Ora sommiamo membro a membro le due forme differenziali dell'entropia:

$$2dS = (c_v + c_p) \frac{dT}{T} + R_1 \left(\frac{dV}{V} - \frac{dp}{p} \right) = (c_v + c_p) \left(\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} \right) + (c_p - c_v) \left(\frac{dp}{p} - \frac{dV}{V} \right) = \\ = c_v \frac{dT}{V} + c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dV}{V} + c_p \frac{dp}{p} + c_p \frac{dV}{V} - c_v \frac{dp}{p} + c_v \frac{dV}{p} + c_v \frac{dp}{V} = 2 \frac{c_v dV}{p} + 2 \frac{c_p dp}{V}$$

Allora:

$$dS = Cr \frac{dv}{v} + Cp \frac{dv}{v}$$

Per l'ipotesi di reversibilità $dS=0$:

$$Cr \frac{dv}{v} + Cp \frac{dv}{v} = 0$$

Definiamo k il rapporto fra Cp e Cr :

$$k = \frac{Cp(T)}{Cr(T)} \Rightarrow \frac{dv}{v} + \frac{Cr}{Cp} \frac{dv}{T} = 0 \Rightarrow k \frac{dv}{v} = - \frac{dv}{T}$$

Integrando immediatamente:

$$\int k \frac{dv}{v} = \int - \frac{dv}{T} \Rightarrow k \ln v = - \ln T + \text{cost} \Rightarrow \ln v^k = \ln T + \text{cost}$$

Componendo l'esponenteale sul entro i membri:

$$v^k \cdot T = \text{cost} \Rightarrow v \cdot T^k = \text{cost}$$

Abbiamo ottenuto la legge che governa l'adiabatica. Ecco le sue varianti:

$$p \cdot v^k = \text{cost} \Rightarrow \frac{R_1 T}{v} \cdot v^k = C_1 \Rightarrow T \cdot v^{k-1} = \text{cost}$$

$$\Rightarrow p \cdot \left(\frac{R_1 T}{v}\right)^k = C_2 \Rightarrow p^{1-k} \cdot R_1^k \cdot T^k = C_2$$

$$\Rightarrow \sqrt[k]{p^{1-k} \cdot T^k} = \frac{C_2}{R_1^k} \Rightarrow T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = \text{cost}$$

Ora torniamo al primo principio con baricentro ferme per trasformazioni irreversibili e gas perfetti (rifilandoci a un sistema chiuso):

$$dU = dS - dL \Rightarrow dL = p dv = - dU = - Cr dT$$

Integrando dU ponendo $L_{1,2} = \int_1^2 p dv$. Notiamo che:

$$k \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{T} \Rightarrow k p dv = - v dp = - d(pv) + p dv$$

$$\Rightarrow (k-1) p dv = - d(pv) \Rightarrow p dv = \frac{d(pv)}{1-k}$$

Tornando all'integrale:

$$L_{1,2} = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{d(pv)}{1-k} = \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = C_V (T_2 - T_1)$$

Per sistema aperto vale $dL = - dt_h$, quindi:

$$L_{1,2} = H_2 - H_1 = C_p (T_2 - T_1) = \int_1^2 v dp$$

Notiamo che:

$$k \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{T} \Rightarrow k p dv = - v dp \Rightarrow k d(pv) - k v dp + v dp = 0$$

$$\Rightarrow (1-k) v dp = - k d(pv) \Rightarrow v dp = \frac{k}{k-1} d(pv)$$

Tornando all'integrale:

$$L_{1,2} = H_2 - H_1 = C_p (T_2 - T_1) = \int_1^2 v dp = - \frac{k}{k-1} \int_1^2 d(pv) = \frac{k}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) =$$
$$= \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}\right)$$

Notiamo che $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/k}$. Quindi, sostituendo

ds:

$$L_{1,2} = \frac{k}{R_{e-1}} \mu_1 v_1 \left(1 - \frac{\mu_2 v_2}{\mu_1 v_1} \right) = \frac{k}{R_{e-1}} \mu_1 v_1 \left[1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1/k} \right] =$$

$$= \frac{k}{R_{e-1}} \mu_1 v_1 \left(1 - \frac{\mu_2^{1-\frac{1}{k}}}{\mu_1^{1+\frac{1}{k}}} \right) = \frac{k}{R_{e-1}} \mu_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

Se invece i calori specifici non sono costanti (ipotesi valida solo per gas perfetti monoatomici) le leggi adiabatiche cambiano.

Scriviamo da $\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$ e scriviamo (con l'ipotesi di reversibilità):

$$dS = C_p \frac{dT}{T} - R_1 \frac{dv}{v} = 0 \Rightarrow C_p \frac{dT}{T} - R_1 \left(\frac{dT}{T} - \frac{dv}{v} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \int C_p \frac{dT}{T} + R_1 \int \left(\frac{dv}{v} - \frac{dT}{T} \right) = 0 \Rightarrow \int C_p \frac{dT}{T} + R_1 (\ln v - \ln T) = \text{cost}$$

$$\Rightarrow \int C_p \frac{dT}{T} + \ln \left(\frac{v}{T} \right)^{R_1} = \text{cost} \Rightarrow e^{\int C_p \frac{dT}{T}} + \left(\frac{v}{T} \right)^{R_1} = \text{cost}$$

E' l'equazione dell'adiabatica reversibile del gas perfetto a calori specifici variabili con T in funzione di temperatura e volume specifico.

- politropica: è una trasformazione descritta da equazioni del tipo,

$$p \cdot v^\alpha = \text{cost}$$

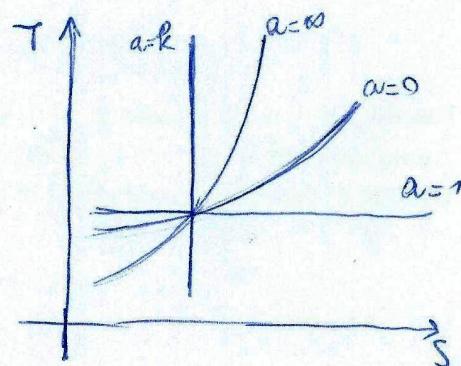
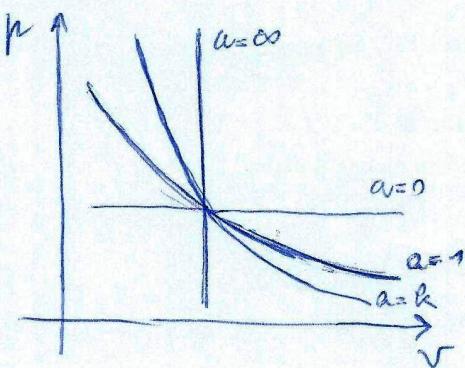
Con $\alpha \in [-\infty; +\infty]$. Tutte le trasformazioni precedenti sono politrope, poiché infatti:

- se $\alpha = 0 \Rightarrow p = \text{cost} \Rightarrow \text{isobare};$
- se $\alpha = 1 \Rightarrow p \cdot v = \text{cost} \Rightarrow \text{isoterma};$
- se $\alpha = k \Rightarrow p \cdot v^k = \text{cost} \Rightarrow \text{adiabatica};$
- se $\alpha = +\infty \Rightarrow v = \text{cost} \Rightarrow \text{isocora}.$

Analogamente all'adiabatica si ottiene:

$$L_{1,2} = \int_1^2 p \, dv = \int_1^2 \frac{d(p \cdot v)}{1-\alpha} = \frac{1}{1-\alpha} \cdot (\mu_1 v_1 - \mu_2 v_2)$$

Graficamente:



Regionismo sul calore specifico:

$$c = \frac{dq}{dt} = \frac{dU}{dt} + p \frac{dv}{dt} = Cv + \frac{R_i}{d(mv)} \cdot n dv = Cv + (C_p - Cv) \frac{n dv}{dp/v} =$$
$$= Cv + (C_p - Cv) \frac{n dv}{n dv + v dp} = Cv + (C_p - Cv) \frac{1}{1 + \frac{v dp}{n dv}}$$

Ora notiamo che (con $\frac{C_p}{Cv} = a$):

$$dS = Cv \frac{dv}{n} + C_p \frac{dv}{v} = 0 \Rightarrow a \frac{dv}{v} = - \frac{dv}{n} \Rightarrow a = - \frac{v dv}{n dv}$$

Inserendo nell'espressione precedente:

$$c = Cv + (C_p - Cv) \cdot \frac{1}{1-a} = Cv \left[1 + \frac{k-1}{1-a} \right] = Cv \frac{k-a}{1-a}$$

E' il calore specifico per una qualsiasi poliropice. Se:

- $a = 0 \Rightarrow c = \cancel{Cv} \cdot \frac{C_p}{\cancel{Cv}} = C_p \Rightarrow$ isobare;
- $a = 1 \Rightarrow c = \pm \infty \Rightarrow$ isoterme;
- $a = k \Rightarrow c = 0 \Rightarrow$ isentropiche;
- $a = \pm \infty \Rightarrow c = Cv \Rightarrow$ isocore.

Miscela di gas perfetta

Due leggi ci interesseranno particolarmente parlando di gas perfetti:

- legge di Dalton delle pressioni parziali: la pressione totale esercitata sulle pareti di un recipiente da una miscela composta da un numero i di gas differenti è pari alla somma delle pressioni parziali che ogni gas eserciterebbe se fosse da solo all'interno del recipiente;

$$p_{\text{tot}} = p_1 + p_2 + \dots + p_i = \sum_i p_i$$

- legge di Amagat o dei volumi parziali: il volume totale di una miscela di un numero i di gas è pari alla somma dei volumi parziali che ogni gas occuperebbe se si trovasse da solo nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione;

$$V_{\text{tot}} = V_1 + V_2 + \dots + V_i = \sum_i V_i$$

Riassunto delle equazioni

Equazioni di validità generale del I Principio:

- sistema chiuso: $dQ - dL = dW_t + d\bar{p}_p + d\bar{p}_c$;
- fluido termodinamico: $dL = dZ = dU$;
- sistema aperto: $dQ - dL = dH + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + g dz$;
- bilancio entalpico per un sistema aperto:

$$\frac{d\bar{p}_{ar}}{dT} = q - \sum_e n_e (H_e + \frac{W_e^2}{2} + g z_e) - \sum_u n_u (H_u + \frac{W_u^2}{2} + g z_u)$$

Equazioni di validità generale del II Principio:

- variazione infinitesima entropica: $dS = \frac{dQ}{T} + T dS_s$;
- bilancio entropico per un sistema chiuso: $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + dS_{s,2}$;
- bilancio entropico per un sistema aperto:

$$\frac{dS_{vc}}{dZ} = \sum_i \frac{q_i}{T_i} + \sum_e n_e S_e - \sum_u n_u S_u + \Delta \dot{S}_{s,vc}$$

Equazioni valide per i fluidi:

$$dU = T dS - p dV, \quad dH = T dS + n dP$$

$$dU = dQ + T dS_s - p dV, \quad dH = dQ + T dS_s + n dP$$

Equazioni valide per i fluidi termodinamici:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$dS = c_v \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dV \quad dS = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

Equazioni valide per i gas perfetti:

$$dU = c_v dT \quad dH = c_p dT \quad dS = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \quad dS = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}$$

Equazione valida per i fluidi incompressibili (incorribili):

$$dU = c dT \quad dH = c dT + n dP \quad dS = c \frac{dT}{T}$$

Infatti $dH = dU + \cancel{d(pn)} = dU + n dP + \cancel{p dV} = dU + n dP = c dT + n dP$

Quandamente delle proprietà termodinamiche sui diagrammi
 Vediamo graficamente le crescenze e le decrescenze delle proprietà termodinamiche sui diagrammi!

